

南充市高 2021 届第一次高考适应性考试

理科数学

注意事项：

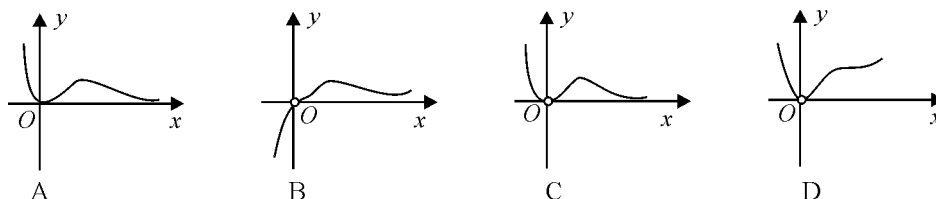
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

第 I 卷(共60 分)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

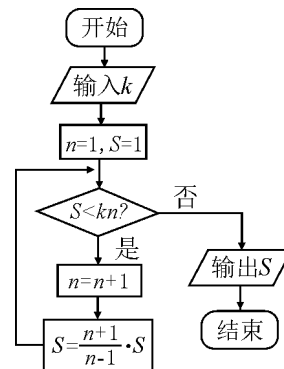
1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 5x > 0\}$ ， $B = \{x | -3 < x < 4\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $(-5, 0)$ B. $(-3, 0)$ C. $(0, 4)$ D. $(-5, 4)$
2. 若 $(z-1)i = i+1$ ，则 $z =$
A. $-2+i$ B. $-2-i$ C. $2+i$ D. $2-i$
3. 我国南宋数学家秦九韶所著《数学九章》中有“米谷粒分”问题：粮仓开仓收粮，粮农送来米 1512 石，验得米内夹谷，抽样取米一把，数得 216 粒内夹谷 27 粒，则这批米内夹谷约
A. 164 石 B. 178 石 C. 189 石 D. 196 石
4. $(1-x+\frac{1}{x^{2021}})^{10}$ 的展开式中 x^2 的系数为
A. 45 B. -45 C. 120 D. -120
5. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和为 21，且 $a_1 = 3$ ，则 $a_3 + a_5 =$
A. 36 B. 60 C. 84 D. 92
6. 已知直线 $x-my+4m-2=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相切，则 $m =$
A. 0 B. $-\frac{4}{3}$ C. 0 或 $-\frac{4}{3}$ D. 0 或 $\frac{4}{3}$

7. 函数 $y = \frac{x^3}{3^x - 1}$ 的图象大致为



8. 执行如图所示的程序框图, 如果输入 k 的值为 3, 则输出 S 的值为

- A. 10 B. 15
C. 18 D. 21



9. 已知二面角 $\alpha-AB-\beta$ 的平面角是锐角 θ , $M \in \alpha$, $N \in \beta$, $MN \perp \beta$,

$C \in AB$, $\angle MCB$ 为锐角, 则

- A. $\angle MCN < \theta$ B. $\angle MCN = \theta$
C. $\angle MCN > \theta$ D. 以上三种情况均有可能

10. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点为 F , A, B 分别为 C 的左, 右支上的点, O 为坐标

原点, 若四边形 $ABOF$ 为菱形, 则 C 的离心率为

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3} + 1$ D. $\sqrt{3} + 2$

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = f(x)$, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = 3^x + 1$, 若 $a = 2^{\frac{4}{3}}$, $b = 4^{\frac{2}{5}}$, $c = 25^{\frac{1}{3}}$, 则

- A. $f(a) < f(b) < f(c)$ B. $f(b) < f(c) < f(a)$
C. $f(b) < f(a) < f(c)$ D. $f(c) < f(a) < f(b)$

12. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x - x^3 - e^{-1}ax}{x^2} + 2e$ 只有一个零点, 则 $a =$

- A. $e^3 + 1$ B. $e^3 - 1$ C. e D. $\frac{1}{e}$

第 II 卷(共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|b| = 1$, $|a - 2b| = \sqrt{7}$, 则 $|a| =$ _____.

14. 记 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $a_3 = S_3 = 3$, 则 $a_5 =$ _____.

15. 设 F 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点, 不垂直于 x 轴且不过点 F 的直线 l 与 C 交于 M, N

两点, 在 $\triangle MFN$ 中, 若 $\angle MFN$ 的外角平分线与直线 MN 交于点 P , 则 P 的横坐标为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 0, \\ -2x, & x < 0, \end{cases}$, 则关于 x 的方程 $f(f(x)) + k = 0$, 给出下述四个结论:

- ①存在实数 k , 使得方程恰有 1 个实根;
- ②存在实数 k , 使得方程恰有 2 个不相等的实根;
- ③存在实数 k , 使得方程恰有 3 个不相等的实根 ;
- ④存在实数 k , 使得方程恰有 4 个不相等的实根.

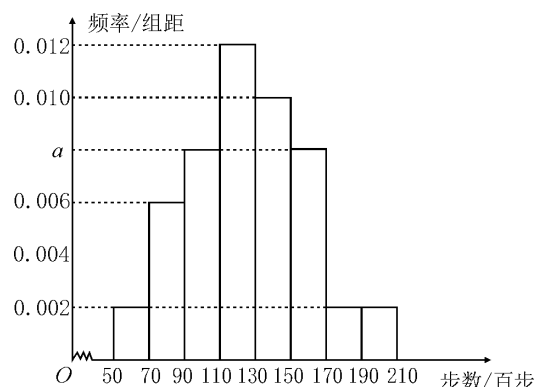
其中所有正确结论的编号是_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分

17. (本题满分 12 分)

手机运动计步已成为一种时尚, 某学校统计了该校教职工一天行走步数(单位: 百步). 根据数据得到如右直方图:



- (1) 求频率分布直方图中 a 的值, 并由频率分布直方图估计该校教职工一天行走步数的中位数 m ;
- (2) 若该校有教职工 175 人, 试估计一天行走步数不大于 130 的人数.

18. (本题满分 12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2b\cos C - c = 2a$.

- (1) 求 B ;
- (2) 若 $a = 3$, 且 AC 边上的中线长为 $\frac{\sqrt{19}}{2}$, 求 c .

19. (本题满分 12 分)

在五边形 $AEBCD$ 中, $BC \perp CD$, $CD \parallel AB$, $AB = 2CD = 2BC$, $AE \perp BE$, $AE = BE$ (如图1), 将 $\triangle ABE$ 沿 AB 折起使得平面 $ABE \perp$ 平面 $ABCD$, 线段 AB 的中点为 O (如图 2).

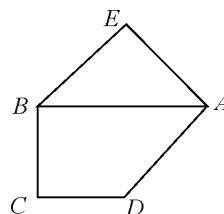


图1

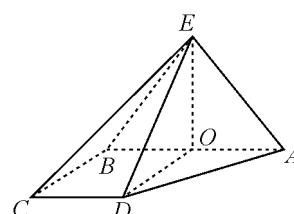


图2

- (1) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 DOE ;
- (2) 求平面 EAB 与平面 ECD 所成的锐二面角的大小.

20. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - mx + n$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $9x + y - 48 = 0$.

(1) 求 m, n ;

(2) 设 $0 < t \leq 2$, 已知函数 $g(x) = \frac{f(x)}{16t}$, 若对于任意 $x_1, x_2 \in [t-2, t]$, 都有

$|g(x_1) - g(x_2)| \leq 1$, 求 t 的取值范围.

21. (本题满分12分)

在平面直角坐标系 xOy , 已知点 $M(2, 1)$, 动点 P 到直线 $y = -1$ 的距离为 d , 满足

$$|PM|^2 + d^2 = |PO|^2 + 6.$$

(1) 求动点 P 的轨迹 C 的方程;

(2) 过轨迹 C 上的纵坐标为 2 的点 Q 作两条直线 QA, QB , 分别与轨迹 C 交于点 A, B , 且点 $D(3, 0)$ 到直线 QA, QB 的距离均为 $m(0 < m \leq \sqrt{2})$, 求线段 AB 中点的横坐标的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分。

请考生在 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. (本题满分10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以 O 为极点, x

轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2(\cos \theta + \sin \theta)$.

(1) 求 C_1 的极坐标方程和 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设 C_1 与 C_2 交于 P, Q 两点, 求 $|OP| \cdot |OQ|$ 的值.

23. (本题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - \frac{2}{a}| + |x + a|$, 其中 $a > 0$.

(1) 若 $a = 1$, 求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集;

(2) 若存在 x_0 , 使得 $f(x_0) \leq 3$ 成立, 求 a 的取值范围.

